



TITLE:

光よりも速く進むもの : 共鳴媒質中の波束の伝播(量子エレクトロニクス・量子光学,第46回物性若手夏の学校(2001年度)(その2),講義ノート)

AUTHOR(S):

富田, 誠

CITATION:

富田, 誠. 光よりも速く進むもの : 共鳴媒質中の波束の伝播(量子エレクトロニクス・量子光学,第46回物性若手夏の学校(2001年度)(その2),講義ノート). 物性研究 2002, 77(6): 1021-1030

ISSUE DATE:

2002-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/97193>

RIGHT:

光よりも速く進むもの

— 共鳴媒質中の波束の伝播 —

静岡大学理学部 富田誠

0. はじめに

我々の世界は、「波」にあふれている。物理の世界では、波はエネルギー、情報、確率などを搬送し、その伝播速度は物理の中で最も重要な概念の1つであろう。波動の伝播速度に関しては、位相速度、エネルギー輸送速度、信号速度、先端速度などいくつかの速度が議論されている。なかでも、共鳴媒質中の群速度は、「光の速さを越える」という一見パラドキシカルな表現からその意味をめぐって長い間議論されてきた問題である。と同時に、新しいトピックスを提供し続けている基本的問題でもあろう。このセミナーでは、まず、(1) 共鳴媒質中の波束の伝播を解説し、(2) 波束が光よりも速く伝播する系についていくつかの例を取り上げる。また、(3) 最近提案されている新しい群速度の定義について考えていく。

1. 共鳴媒質中の群速度の歴史

媒質の中を伝播する波動は波長、振幅、周波数等によって記述される。波の位相速度は、 $c = \omega/k$ である。一方、波束の伝わる速さ、すなわち群速度 v_g はよく知られているように、

$$v_g = \frac{c}{n_g} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (1.1)$$

ただし、 n_g は群速度屈折率、と表される。Lorentz型に代表される吸収線では、吸収の中心から遠く離れた領域では屈折率は周波数とともに増加し正常分散 $\partial n / \partial \omega > 0$ を示す。この領域では、(1.1) 式から群速度はいつも位相速度よりも小さい。一方、吸収の中心では異常分散領域 $\partial n / \partial \omega < 0$ が現れ、この領域では群速度に制限はない。実際、(1.1) 式の分母はゼロすなわち、群速度 v_g は無限大にもなり、また負の速度にさえもなる。この光速度を越える(superluminal)、あるいは負の速度はEinsteinの特殊相対性理論の要請に反し、因果律に反すると考えられるかもしれない。このため約1世紀の間、様々なパラドキシカルな表現がなされてきた。歴史的には、分散媒質中での光の速さに関する研究は、20世紀初頭のSommerfeld [1] やBrillouin [2]に始まる。Sommerfeld は、時刻 $t=0$ から、ステップ関数状に始まる単周波数の入射波、

$$\begin{cases} 0 & t < 0 \\ \exp(-i\omega_e t) & t > 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

を議論した。入射波の“先端”は2つのprecursorとして伝播する。媒質は、外部からの入射電磁場に対して応答するためには有限の時間が必要で、ステップ状の入力の先端部分に対して、媒質は光学的に真空として振る舞う。Sommerfeldによれば、このようなprecursorは媒質によって屈折すること、反射する事もない。Precursorの最先端はいつでも光速度 c で伝播し、引き続いて「主信号」が現れる。すなわち波の伝播（主信号）速度はいつでも光速度 c よりも小さく特殊相対性理論の要請や因果律には反していないことになる。したがって、光速度を越えたり負になってしまう(1.1)式で表された共鳴媒質中の群速度というのは明確な物理的意味を“失う”、と考えられてきた。

Precursorの物理的意味は、(1.2) 式で表されるステップ関数は、低周波から高周波までの Fourier 成

分を含んでおり、第一のprecursor 部分は、速度 c で伝わる高周波成分からなり、第二のprecursor 部分は、速度 $c/1+(\omega_p/\omega_0)^{1/2}$ 、 ω_p はプラズマ振動数、 ω_0 は共鳴振動数、で伝わる低周波成分からなると解釈できる。

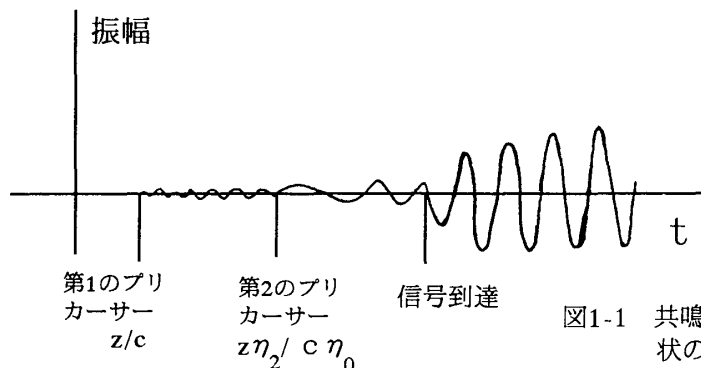


図1-1 共鳴吸収媒質中でのステップ状の波動の伝播

2. 波束の伝播

2-1 ガウス型波束の伝播

Sommerfeld によって、群速度 v_g は共鳴媒質中では明確な物理的意味を失うとされてきた。が、1970年代に、Garret [3] は共鳴吸収媒質中のガウス型波束の伝播を調べ superluminal や負の群速度が一定の条件下では依然として非常に“よい”意味を持っていることを示し、この問題が再び脚光を浴びることになる。分散媒質中の波束の伝播は、一般的に初期スペクトルと周波数に依存した伝播因子の Fourier 積分によって表される。通常取り扱いでは、群速度 v_g は媒質の複素屈折率 $n(\omega) = \eta(\omega) + i\kappa(\omega)$ をパルスの中心周波数 ω_c のまわりで展開することによって導入される。

$$\omega n(\omega) = \omega_c n(\omega_c) + (\omega - \omega_c) \left\{ \frac{\partial \omega n(\omega)}{\partial \omega} \right\} \Big|_{\omega_c} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_c)^2 \left\{ \frac{\partial^2 \omega n(\omega)}{\partial \omega^2} \right\} \Big|_{\omega_c} + \quad (2.1)$$

入射パルスのスペクトル幅 $\Delta\omega_c$ が吸収線の幅、 γ 、に比べて充分小さく、伝播距離が短い場合には、展開は急速に収束し展開は1次でとめることができる。この必要条件は、Lorentz型の吸収線では、伝播距離が、 $z < z_2 = z_\alpha (\gamma/\Delta\omega_c)^2$ 、 z_α は吸収長、を満たすこととなり、Garret と McCumber は、この条件のもとでは、ガウス波束はほとんどその波形を変化させることなく、たとえ v_g が光速を越えたりあるいは負になったとしても、正確に v_g で予言される時刻にそのピークが現れることを示した。負の群速度の意味は図2-1に示されている。真空中を伝わるパルスのピークと比較して、媒質を通過したピークの時間遅延 τ が、 $\tau < 0$ 、のときにはパルスは光速よりも速く伝播している。特に、 $\tau < -L/c$ 、のときには、入射パルスのピークがまだ媒質の入射面に入っていない時刻に、出射面からパルスのピークが現れる。このとき、パルスは負の群速度 $v_g < 0$ で媒質を通過したことになる。入射パルスのスペクトル幅 $\Delta\omega_c$ が、吸収線幅 γ よりも狭い通常の状況下 $(\gamma/\Delta\omega_c) > 1$ では、 $z < z_2$ という条件は比較的容易に満たされる。このGarret の結果から導かれる当時として驚くべき結論は、Sommerfeld のステップ状関数では、意味を失うとされていた異常分散領域の群速度 v_g は、実際にパルスの伝播を記述することのできる“意味のある”概念であるということである。

2-2 波束の伝播の時間発展

(1-1) 式にもとづいて表される superluminal あるいは負の群速度とは、いったいどのような

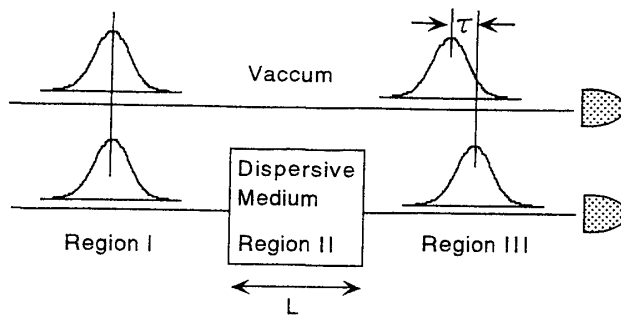


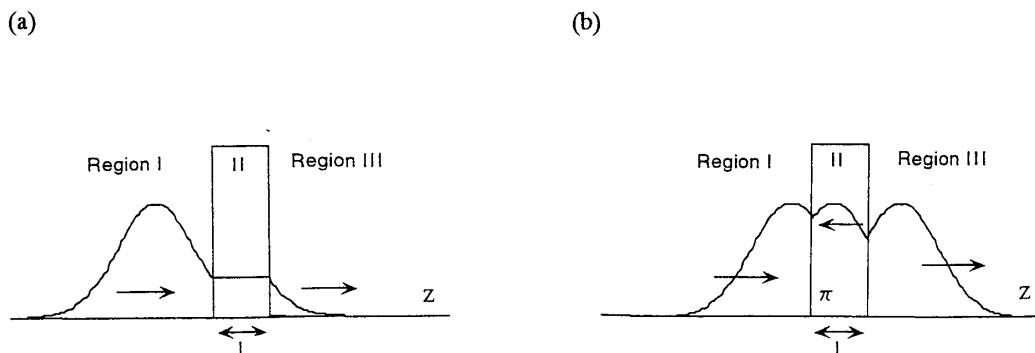
図2-1 負の群速度の意味

伝播速度	時間遅延	v_g
Subluminal	$\tau > 0$	$v_g < c$
Superluminal	$0 > \tau > -L/c$	$v_g > c$
Negative	$-L/c > \tau$	$v_g < 0$

物理的実体を持つものであろうか？ Crisp [4] はこのsuperluminalな伝播効果を時間的に非対象な吸収効果によって説明した。すなわち、吸収媒質では、巨視的な分極がエネルギーの吸収、増幅の原因になっており、パルスの後半では前半よりも大きくエネルギーの吸収が起こることを示した。この効果が、パルスの重心を進行方向に移動させ、パルスは位相速度よりも速く進む。

共鳴媒質中の波束の伝播では、複素屈折率の実部、虚部を同時に考慮しなくてはならない。虚部（吸収、利得）の効果については、4章で詳しく検討することにし、直感的に、負の群速度や光の速さを越える速度を理解するために、rephasing length $\xi(z,t) = c \partial \phi(z,t) / \partial \omega$ をもちいてパルスの伝播の様子を考えよう。ここで、 $\phi(z,t)$ は位相の因子を表す。 $\xi=0$ は、 $\partial \phi / \partial \omega = 0$ を意味し、stationary phase の位置を示す。この位置では、すべて周波数成分が位相を揃えておりパルスのピークが形作られることになる。 ξ は時刻 t において位置 z がパルスのピークの位置から“実効的に”どれだけ離れているかを表す指標と考えて良い。図2-2において媒質の入射面を $z=0$ パルスのピークがこの面に到達する時刻を $t=0$ とし、3つの領域において、 ξ は、各々、領域I； $\xi = ct - z$ 、領域II； $\xi = ct - n_g z$ 、領域III； $\xi = ct + (1 - n_g)L - z$ 、と表される。

初めに、(a)superluminal velocity の極限として、パルスが時間遅延 $\tau=0$ で媒質を透過する場合を考えてみよう。この場合、 $v_g = \infty$ 、すなわち $n_g = 0$ である。この時、領域IIでは ξ は媒質中の場所に依存しない。言い換えると、異なった周波数成分の間の位相差は媒質の長さ通して一定で、パル

図2-2 $v_g = \infty$ と $v_g < 0$ のパルスの伝播

スの抱絡線の強度は媒質中で一定になる。媒質の外、領域IIIでは、パルスが解析的に連続に再生される。この様子が図2-2 (a) に示してある。次に、(b)負の速度で伝播する場合を考えてみよう。この場合、 $v_g < 0$ 、すなわち $n_g < 0$ であるから、パルスのピークが入射する時刻以前($0 > t > -Ln_g/c$)に、媒質中、領域IIでは ξ は、 $z_0 = ct/n_g$ にてゼロになる。すなわち異なった周波数成分の間の位相差が z_0 でゼロになり、パルスはピークをつくる。時間の経過とともにこの媒質内のピークは $|v_g|$ の速さで入射パルスの進行方向とは“逆”向きに進む。媒質内のピークは、入射パルスと位相が π だけずれていて、入射面で入射パルスと打ち消し合う干渉をして消える。媒質の出射面 $z=L$ では、 $t > -Ln_g/c$ に $\xi=0$ となりピークが現れ、領域IIIではこのピークは出射面から c で遠ざかっていく。この様子が図2-2 (b) に示してある。このような媒質内を伝播する波動はCrispの誘導分極に対応するものと考えられる。

2-3 因果律、エネルギー輸送速度 v_E 、情報速度 v_I

Superluminalや負の伝播速度が直感に反することは、相対性理論に反してエネルギーや情報が光よりも速く伝播し因果律に反するのではないか、という疑問である。波束は、位相の重ねあわせによって作られるため、分散関係によってどのような伝播速度を作ることできるが、Kramers-Kronig関係によって同時に存在する屈折率の虚部の効果によって、いかなる実存する媒質も因果律を破ることはない。共鳴吸収による異常分散領域の中心でこの問題を考えてみよう。簡単のために、屈折率を吸収ピークの近傍で $n(\omega) = n(\omega_0) + \partial n(\omega) / \partial \omega |_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + i\kappa_0 (\eta_1 < 0)$ と近似する。この時、時間遅延 τ は、 $\tau = L\eta_0/c - L/v_g = L\omega_0\eta_0/c\gamma$ ($\tau < 0$) となる。図2-3において、屈折率の実部の分散効果によってピークが進行方向に先に進められたパルス（破線： $E(q+\tau)$, $q=t-x/c$ ）が、屈折率の虚部の吸収効果によってパルスの強度が減衰され（点線： $E(q+\tau)\exp[-z/z_\alpha]$ ）、パルスのいかなる点においてもその振幅が真空中を伝播するパルス（実線： $E(q)$ ）の振幅を上回ることはない、ことが示されるためには次の不等式が成立していることが必要である。

$$E(q) > \exp\left[-\frac{z}{z_\alpha}\right] E(q+\tau) \quad (2.2)$$

この関係式は、 $\{\partial E(t)/\partial t\}/E(t) < \eta_0/\eta_1$ となるが、 $\{\partial E(t)/\partial t\}/E(t) \sim t_p^{-1}$ 、また、Lorentz型の吸収線の場合、 $\eta_0/\eta_1 \sim \gamma$ なので、パルスのスペクトル幅が吸収線の線幅に比べて充分狭い条件 $\Delta\omega_0/\gamma < 1$ ではこの関係は成立する。すなわち、パルスのピークがsuperluminalに伝播しても、エネルギー輸送速度 v_E は c を越えることはない。利得媒質でも同様な考察が可能である。

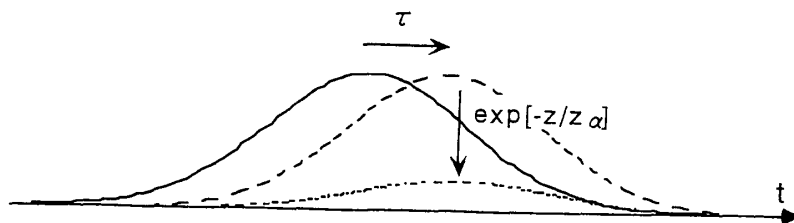


図2-3 吸収分散領域でのエネルギー伝播の様子

Superluminalや負の速度で伝播する波束の運ぶ情報とはどのようなものだろうか？例えば、パルスの波高が一定の高さ h に達したか、否かによって1 bitの情報を乗せることができるであろう。先のエネルギー輸送速度の問題で明らかになったように、superluminalや負の速度で伝播する波束

のいかなる点においても、その振幅が真空中を伝播するパルスの振幅を上回ることではない。このことは、吸収媒質中では、上記の1 bitの情報は c を越えて伝播することはないことを意味する。利得媒質の場合はどうであろうか？確かに、波高が一定の高さ“ h ”に達する速さは c を越える。しかしながら、“出射する”パルスの波高 h の部分の位置が正確に決められるためには、“入射する”パルスの先導部分の波高“ h/g ”(g;利得)の部分の位置が正確に決められている必要があるだろう。このことは、“入射する”パルスの波高 h の位置に先だってパルスに情報を乗せなければならないことを意味し、再び、情報は c を越えて伝播することはないことを意味する。さて、superluminalな系においてガウス型パルスにステップ状のマーキングを行ったらどのようにパルスは伝播するだろうか？もしも、パルスのピーク同様にマークも v_g で伝播するならば、情報も v_g で伝播することになる。しかしながら、Sommerfeldのステップ関数状のパルスの伝播の考えをもとにすれば、このマークはパルスのピークとは無関係に $v_l < c$ で伝播することが予測され、因果律に反することはないであろう。因果律に対する別のアプローチとして、利得系の情報の伝達速度に関しては自然放出によって発生する過剰なノイズを議論したものもある。

3. Superluminal な系

3-1 Chu and Wongの実験

波束の伝播という概念は物理の多くの分野を通じて非常に重要な概念である。Chu and Wongは GaP:N のA-励起子吸収線にたいしてピコ秒パルス透過の実験を行い、ガウス型のパルスがほとんどその形を変えずに、たとえ、それが光の速さを越えたり、負の速度になったとしても、従来の群速度 v_g の定義で表される速さで正確に透過してくることを示した [5]。Chu and Wongの実験はパルスが光の速さを越えることを示した最初の実験である。

3-2 量子制御された原子

自然に存在する吸収線の共鳴近傍は異常分散を示す典型的なsuperluminalな系の一例である。一方、近年、外部からレーザー光を用いて原子の量子コヒーレンスを制御することで、媒質の吸収や分散を制御しようとする試みが盛んになされている。EIT(electromagnetically induced transparency)を利用し吸収のない周波数領域で利得を持たせることで反転分布のないレーザーをつくらうとする試み[6]や、それにともなった分散の急峻なスペクトル構造によって17m/sという極めて遅い群速度が実現されている[7]。また、dark state を利用したlight storage は最近のトピックスである[8]。Wangらは、ラマン型遷移を利用した2重の利得線を利用して、利得媒質中でのsuperluminalなパルス伝播を観測した[9]。図3-1に示す3準位系において、ポンプ光1と2を入射する Λ 型の遷移を考える。プローブ光の周波数 ω_p に対して、条件 $\omega_p = \omega_{Ri} = \omega_i - \Delta\omega_{12}$ $i=1,2$ が満たされると共鳴的にラマン遷移を起こし、プローブ光に対して利得が得られる。この系の特徴として2つの利得領域のちょうど中間では、(1)媒質は損失がなく、 $\text{Im}[n(\omega)] > 0$ 、(2) $\partial k / \partial \omega \sim \text{constant} < 0$ 、すなわち異常分散でかつ分散がほぼ直線的になる。このため、吸収や増幅、高次の分散効果による波形の変化がほとんど無視できる条件下で波束の伝播を調べることができ、波動的描像がより鮮明になる。Wangらの実験では、Csガスのセルに3.7 μsec のパルスを入射し、パルスがセルに入るよりも62ns早くピークがセルから現れることを観測した。6 cmのセルを光が伝播するのに要する時間0.2nsと比較すると、パルスはCsガスセルの中を $v_g = -310 c$ で伝播したことになる。この時、出射パルスは入射パルスとほぼ形を変えずに、透過率は40%であった。また、62nsは、光が約18m進むのに十分な時間である。Wangらの実験ではその背景にある物理は、3-1で述べたChu等の実験と同じものであろう。しかし、Chu等の実験では、出射パルスは入射パルスとほぼ同型のガウス型を維持しているが、吸収が大きく、透過率は1%の程度である。この状況では入射パルスと出射パルスの同

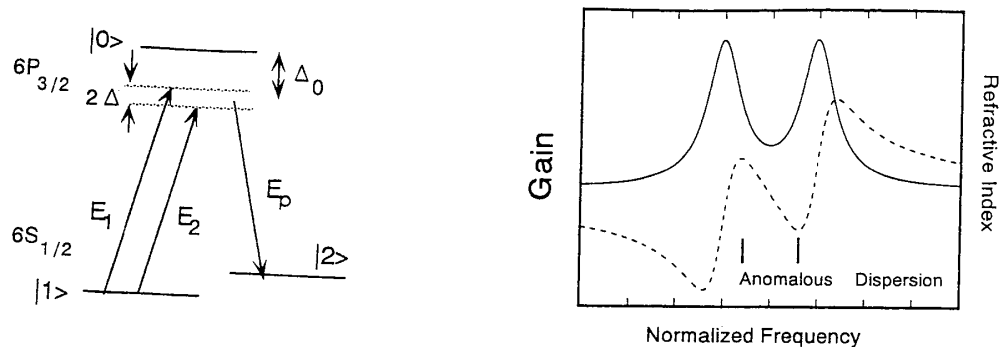


図3-1 2重ラマン遷移による異常分散

一性やパルスの対応関係が明確でないという問題が生じる。Wangらの実験では、入射パルスと同程度の出射パルスが負の群速度で伝播することを示しており波動的側面を明確にしていると考えられることもできる。

3.3 フォトニック結晶（光子のトンネル時間）

トンネル現象は、粒子が古典的には透過できないバリアを確率波として透過する現象で、固体物理、核融合など物理のさまざまな分野で基本的な現象である。通常の量子力学の教科書ではトンネル確率はさまざまな条件下で計算されるが、粒子がバリアを通過するのに必要なトンネル時間についてはほとんど議論されない。この問題は、1930年代に電子のトンネル時間を位相時間から計算するとそれが極めて短く、伝播速度がsuperluminalや負の速度になったりすることが指摘されて以来、議論されている。このトンネル時間の問題も、最近、光学の領域でフォトニック結晶をもちいてアプローチされている [10,11,12]。

フォトニック結晶は、誘電率の異なった誘電体が光の波長と同程度の周期空間構造を持った系である。この分野は、Shrodinger方程式と、Maxwell方程式の形式的類似性から、メソスコピック系での電子現象と光学現象との対比という興味から捕らえることもできる [13]。例えば、ランダム系で光のアンダーソン局在、コンダクタンス揺らぎ (UCF) と光の (高次の) スペックルなどの現象がある。周期系の中では、光子のバンド構造が現れ、特に光がブリュアンゾーンのあらゆる方向にあらゆる偏光状態で伝播できないときにはフォトニックバンドギャップができています。ギャップ中では輻射場は真空場のものとは著しく異なっており、自然放出寿命の制御など新しい応用が期待されている。

さて、バンドギャップの中では波数ベクトルは純虚数になり波動は伝播することはできない。しかし、結晶の厚さが薄い場合には、光パルスは一定の確率でトンネルする。1次元フォトニック結晶を考えよう。これは固体物理で扱われるKronig-Pennyモデルに相当する。低屈折率層 L 、高屈折率層 H 、層数 s としてこの結晶を $(HL)^s$ と表す。この結晶のもつ分散特性はマトリクス法によって得ることができる。分散関係 $\omega(k)$ が得られた後、 $v_g = \partial \omega(k) / \partial k$ からパルスの遅延時間 (位相時間) を計算し、フォトニック結晶の厚さに対してプロットしたのが図3-2である。◆は、 SiO_2 の基板側からパルスが入射した場合の反射時間、□は、空気からパルスが入射した場合の反射時間、■はパルスのトンネル時間である。この図から、(1) トンネル時間、反射時間ともに漸近的に一定の値に収束していること、(2) フォトニック結晶の基板側からと、空気側からの反射時間の平均値がトンネル時間であること、(3) 漸近値に落ちつくために必要な層数、 s は、 $(n_H/n_L)^s \sim 1$ 、ただし n_H 、 n_L は高および

低屈折層の屈折率、であること、等が分かる。特に、透過のトンネル時間が層数によらずに漸近値に近づいていることは、フォトニック結晶がどんなに厚くなっても透過に要する時間は一定であることを意味し、パルスが光の速さを越えてバリアを通過していることを意味する。層数が増すに従って実効的な伝播速度が増し、無限の層数ではこの速度も無限大になっている。このような、フォトニックバリアのパルスの透過は実際に10-15 fsのパルスを持ちいて観測されている[10]。この場合にも、実際にパルスの透過を計算すると、図2-3のようになり因果律は破られていない。

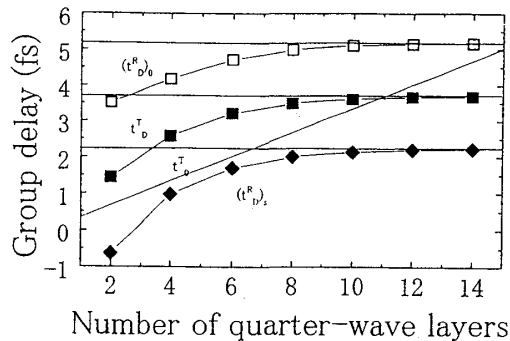


図3-2 1次元フォトニック結晶中の伝播遅延

さて、光子がたった1つしかない系に対してもsuperluminalな現象は因果律に反しないのであろうか？ Chio等は、parametric down conversionによる2光子対を持ちいて、単一光子のトンネル時間を測定している[11]。Parametric down conversionは、1つの光子を、エネルギー保存則： $\hbar\omega_0 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$ を満たす2つの光子に変換するプロセスで、2つの光子はコヒーレンス時間の範囲で同時に生成される。この量子相関を持った光子対は「双子の光子」とも呼ばれ、Bellの不等式やスクイーズド状態等、量子光学の研究に盛んにもちいられている。光子のトンネル時間の測定は、1つの光子を真空中を伝播させると同時に他方の光子をフォトニックギャップ中をトンネルさせ、2光子同時計測率を片方の光路長の関数として観測することによって行われる。この方法では、ギャップを通過する光子はただ1つに限られており、2光子同時計測率を測定することから、トンネル現象の粒子的側面を捕らえることになる。Chio等は、低屈折層： $L=\text{SiO}_2$ 、高屈折層： $H=\text{TiO}_2$ 、 $(\text{HL})^5$ のフォトニック結晶においてギャップ中を単一光子が $\tau=-1.47$ fsで、トンネリングしてくることを観測した。この時、単一光子の波束の時間幅(=コヒーレンス時間)は、約40fs(バンド幅6nm)である。古典的な波束(図2-3)の場合、波束の変形から、エネルギー輸送速度 v_E や情報速度 v_I が光速を越えることが妨げられている。単一光子のように量子的側面が前面に出ている場合、古典的描像とは大きく異なる点がある。単一光子の場合、光子(=粒子)はバリアを“通過する”か“しないか”であり、確率は小さくとも、ひとたび単一光子がsuperluminalに伝播したと認められた場合には、この1回のイベントに対しては光子がもつすべてのエネルギーが光速よりも速く伝播したことになる、と考えることもできそうである。これに対する解答は、初めに「双子の光子」を準備するときの不確定性関係に秘められている。

4. 新しい群速度の定義

4-1 群速度 v_g の破綻

従来の群速度 v_g の概念が共鳴媒質中の波束のsuperluminalや負の伝播速度を記述できるのは

事実であるが、それは薄いサンプルについてのみであることに注意しなければならない。そもそも、群速度は屈折率の展開に基づいており、長い伝播距離に対しては急速にその意味を失う。伝播中のスペクトルシフトを考てみよう。ガウス波束を考えた場合、距離 z でのスペクトルシフト $\delta\omega$ は、 $\delta\omega \sim \Delta\omega_c^2 z / \gamma z_\alpha$ となる。したがって、 $\delta\omega \sim \Delta\omega_c$ すなわち、 $z > z_1 = z_\alpha (\gamma / \Delta\omega_c)^2$ においては、主要なスペクトル成分は入射スペクトルとは異なったものとなる。 $z_1 < z < z_2$ においては、主要なスペクトル成分が変化していても、通常の群速度 v_g が良い記述となる場合もある。そこで、群速度 v_g が破綻する条件を、周波数シフトによる群速度遅延の変化、 $\partial\tau/\partial\omega = (z/c) \partial^2 n(\omega) \omega / \partial\omega^2$ 、が、 $\delta\tau = (\partial\tau/\partial\omega) \delta\omega > \tau$ という条件として考えることもできる。スペクトルシフト $\delta\omega$ は、 $\text{Im}[\partial n(\omega) \omega / \partial\omega]$ に対応しており、そして、 v_g は、 $\text{Re}[\partial n(\omega) \omega / \partial\omega]$ に対応しているので、この条件は、(2.1) での議論と同様のものになる。 v_g の破綻する伝播距離は、パルスのスペクトル幅 $\Delta\omega_c$ 、吸収線幅 γ と吸収長 z_α との相対的關係によって決まっていることに注意しよう。

4-2 saddle point法による定義

短い伝播距離の近似を越えて意味をもつ新しい群速度の定義が提案されている。Tanaka は [14] saddle point 法を用いて新しい群速度を提案している。Saddle point 法は (1) stationary phase 法と (2) 最急峻な経路法を組み合わせたもので、積分経路を実軸上からすべての saddle point ω_s を通過するように変更する。なお、 ω_s は、 z, t の関数である。積分経路は、実部に対して最急峻な経路に沿って取ると、その経路にそって虚部は一定値 (stationary phase) になることが Cauchy-Riemann の条件から示される。Lorentz 型の吸収線にガウス波形が入射した場合、複素数 ω 面上で 5 つの saddle point が存在する。この方法は、実際に入射パルスの周波数が吸収中心に共鳴している場合にも、遠く離れた場合にも、すべての領域でパルスの伝播をよく記述する。任意の伝播距離 z においてパルスのピークが通過する時刻では saddle point がいつでも複素 ω 面の实軸上にあることを示すことができる。この条件から

$$-\text{Im} \left[\frac{\partial n(\omega) \omega}{\partial \omega} \right] \Big|_{\omega_s} + \frac{c}{z} \frac{\partial}{\partial \omega} \ln A(\omega) \Big|_{\omega_s} = 0, \quad (4.1)$$

$$\text{Re} \left[\frac{\partial n(\omega) \omega}{\partial \omega} \right] \Big|_{\omega_s} - \frac{c}{z} = 0. \quad (4.2)$$

が得られる。(4.2) 式は、長距離を伝播する波束に対して適用できる新しい群速度の定義である。

(4.1)、(4.2) 式は波束の伝播に対して直感的な描像を与える。(4.2) 式から距離 z を伝播する波束のピークの“平均の”速度は、 $v_s = \partial\omega/\partial k|_{\omega_s}$ で表される。一方で、強い吸収媒質中では共鳴に近い周波数成分ほど強い減衰が起こり、伝播に伴ってスペクトルはシフトし saddle point 周波数 ω_s も (4.1) 式に従って ω 面上をシフトする。新しい群速度 $v_s = \partial\omega/\partial k|_{\omega_s}$ は通常の群速度の定義 $v_g = \partial\omega/\partial k|_{\omega_c}$ とは、微分をとる周波数が ω_c ではなく ω_s になっている点が異なっている。特に長距離伝播においては、 v_s は ω_s を通して伝播距離の関数となる。(1) 屈折率の虚部が無視できる場合には (4.1) 式から、 ω_s は ω_c に等しく、(4.2) 式は、従来の群速度の定義 v_g に一致する。同様に、(2) 伝播距離が短い場合にも従来の群速度の定義に一致する。3-1 で述べた Chu らの実験は、短い伝播距離の範疇になる。5 章で検討するように、(4.2) 式はあらゆる伝播距離の波束の伝播の特徴を superluminal や負の速度にもわたって記述することができる。(4.2) 式で表される速度は、“平均”速度であることを注意しておく。 z, t における局所的なパルスピークの速度は、やや複雑な表式で表される。

4-3 エネルギー時間積分による定義

長距離伝播、広いスペクトル幅のパルスの伝播などさまざまな状況に対して適用できる方法として、Peatross et al.は、パルスの到達時刻をポインティングベクトルの時間積分によって定義した[15]。この方法は、 $n(\omega)$ の展開やフーリエ成分の積分に伴う困難さを回避したエレガントな方法である。この中で、時間遅延は、net group delay と reshaping delay とに分離される。ある空間の位置 \mathbf{r}_0 から $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{r}$ に移動するのに要する遅延時間は、

$$\Delta t = G_r + R_r. \quad (4.3)$$

第1項はnet group delay、

$$G_r \equiv \left\langle \frac{\partial \text{Re } k}{\partial \omega} \cdot \Delta \mathbf{r} \right\rangle. \quad (4.4)$$

で、従来の群速度遅延をスペクトル平均したものである。ここでは、屈折率の実部のみが直接的な役割をする。第2項は、吸収によってスペクトルがreshaping することによって現れるreshaping delayによる項である。reshaping delayは、初期位置 \mathbf{r}_0 にて、伝播過程で失われるスペクトル振幅を持たせた場合と持たせない場合のパルスの到達時間の差に相当する。net group delay と reshaping delay の評価の順序は入れ換えることが可能である。すなわち、net group delay を伝播後に計算し、その後reshaping delay は初期位置で計算する、あるいはその逆を行うことも可能である。もしも、スペクトルの初期位相がゼロの“きれいな”ガウス型波束を考えた場合、伝播前のreshaping delayは無視できるので全時間遅延はnet group delayのみとなる。この場合、

$$t = \frac{z}{c} \frac{\int d\omega |P(\omega)|^2 \frac{\partial \text{Re}[n(\omega)\omega]}{\partial \omega}}{\int d\omega |P(\omega)|^2}. \quad (4.5)$$

となり、伝播後に生き残ったスペクトルは、 $|P(\omega)|^2$ はsaddle point 周波数 ω_s に重心があることからnet group delayは、(4.2)式に等しくなる。Peatrossの方法は一般性があり適用範囲が広く、例えばチャージングパルスなどにも有効である。一方で、具体的な情報が得にくい点がある。Saddle point 法による定義 v_s 、重心による定義 v_p 、いずれも、媒質の伝播後に“生き残った”スペクトル成分に適用すれば、 $\partial \omega / \partial k$ という量がパルスの伝播に普遍的に意味を持つものである、と理解することができる。

5. パルス伝播の実験

波束の伝播に関する実験は、音波やプラズマ波など、様々な分野で展開されている。光学領域の実験は、(1) 実験の分解能の高さや(2) パルスや分散媒質の制御性などから、また、(3) 光速度を越えるという一見パラドキシカルな言い回しも関係して、最もよく実験されている分野であろう。ここでは、筆者の研究室の実験を例に取り上げて説明していきたい[16]。図5-1は、共鳴媒質として色素溶液を用い、これに共鳴するチタンサファイアレーザーからのフェムト秒パルスの伝播速度を伝播距離の関数として調べたものである。その結果、伝播距離が短い領域では、superluminalなパルス伝播が観測され、やがてsubluminalへ移り変わる様子が捕らえられている。(○)と点線は透過したパルスのスペクトルのピーク波長で、スペクトルがシフトする様子がみられる。これは、複素屈折率の虚部の効果で、(4.1)式のsaddle pointの移動に相当する。(●)は実験で得られたパルス伝播の時間遅延 τ_{ex} 、波線は従来の群速度によって期待される遅延 τ_g 、(▲)は複素屈折率の虚部の効果をsaddle pointの移動として取り入れた群速度 v_s によって期待される遅延 τ_s 、実線は数値計算の結果 τ_N であ

る。従来の群速度 v_g は、伝播距離が長くなるにしたがって急速にその意味を失っていくが、 v_s は superluminal から subluminal への変化を捕え実験と良い一致を示す。superluminal なパルス伝播は、通常の吸収線でも利得線でも、ある限られた伝播距離の中でのみ観測されるものであることに注意する必要がある。

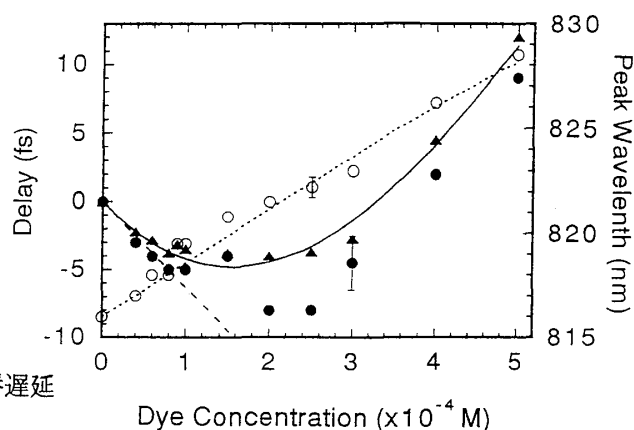


図 5.1 伝播距離の関数としての伝播遅延

6. おわりに

共鳴媒質中の波束の伝播は少なくとも数値的に計算できる。このため、特に特殊な条件下での群速度の概念などは必要ないという考えもあるかもしれない。しかし、数値解とは別に、物理的に直感的な概念が確立されていることは非常に重要であろう。特に、波動は粒子と並んでエネルギーや情報など様々なものを運ぶ重要な概念である。その伝播速度は物理の概念のなかでも最も重要なものである。因果律が破られないことは自明であるにしても、量子的コヒーレンスや構造によってパルスの制御を考えると、波束の伝播をしっかりと理解することは重要であろう。

References:

- [1] A. Sommerfeld, Z. Physik 8, 841 (1907).
- [2] L. Brillouin, Wave Propagation and Group Velocity (Academic Press Inc., New York, 1960).
- [3] C. G. B. Garret and D. E. McCumber, Phys. Rev. A 1, 305-313 (1970).
- [4] M. D. Crisp, Phys. Rev. A 4, 2104-2109 (1971).
- [5] S. Chu and S. Wong, Phys. Rev. Lett. 48, 738-741 (1982).
- [6] S.E Harris, Phys. Rev. Lett. 62, 1033-1036 (1999).
- [7] A.M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lezama, Phys. Rev. Lett. 83, 4277-4280 (1999).
D. Budker, D.F. Kimball, S.M. Rochester, and V.V. Yashchuk, Phys. Rev. Lett. 83, 1767-1770 (1999). M.M. Kash, V.A. Sautenkov, A.S. Zibrov, L. Hollberg, G.R. Welch, M.D. Lukin, Y. Rostovtsev, E.S. Fry and M.O. Scully, Phys. Rev. Lett. 82, 5229-5232 (1999). L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton and C.H. Behroozi, Nature 397, 594-598 (1999).
- [8] C.Liu, Z Dutton, C. Behroozi and L. V. Hau, Nature 409, 490-493 (2001). : M. D.F. Phillips, A. Fleischauer, A. Mair and R.L. Walsworth, Phys. Rev. Lett. 86, 783-787, (2001).
- [9] L.J. Wang, A. Kuzmich and A. Dogariu, Nature 406, 277-279 (2000).
- [10] Ch. Spielmann, R. Szepocz, A. Sting and F. Krausz, Phys. Rev. Lett. 73, 2308-2311 (1994).
- [11] A.M. Steinberg, P. G. Kwiat, and R. Y. Chiao, Phys. Rev. Lett. 71, 708-711 (1993).
- [12] V. Laude and P. Tournois, J. Opt. Soc. Am. B 16 (1999).
- [13] P. Sheng, ed., *Scattering and localization of classical waves in random media* (World Scientific 1990).
- [14] J. D. Joannopoulos, *Photonic Crystals* (Princeton University Press 1995)
- [15] M. Tanaka, M. Fujiwara, and Hideo Ikegami, Phys. Rev. A 34, 4851-4858 (1986).
- [16] J. Peatross, S.A. Glasgow, and M. Ware, Phys. Rev. Lett. 84, 2370-2373 (2000).
- [17] A. Talukder, Y. Amagishi and M. Tomita, Phys. Rev. Lett. 86, 3546-3549 (2001).